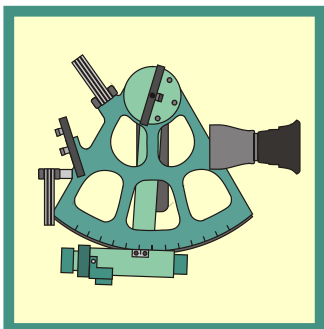


## Vinkelmåling med sekstant



I dette lille projekt skal vi se på princippet i hvordan man måler vinkler med en *sekstant*, og du skal forklare hvorfor det virker! Hvis du er i besiddelse af en sekstant, eventuelt bare en billig plastikmodel, samt et lille vaterpas, så kan du slutte af med at anvende sekstanten til at bestemme højden af en mast, regnet i meter. Første del af projektet kan løses ved at regne på vinkler i diverse trekanter og det sidste involverer brugen af trigonometriske funktioner, passende til 1g niveau.

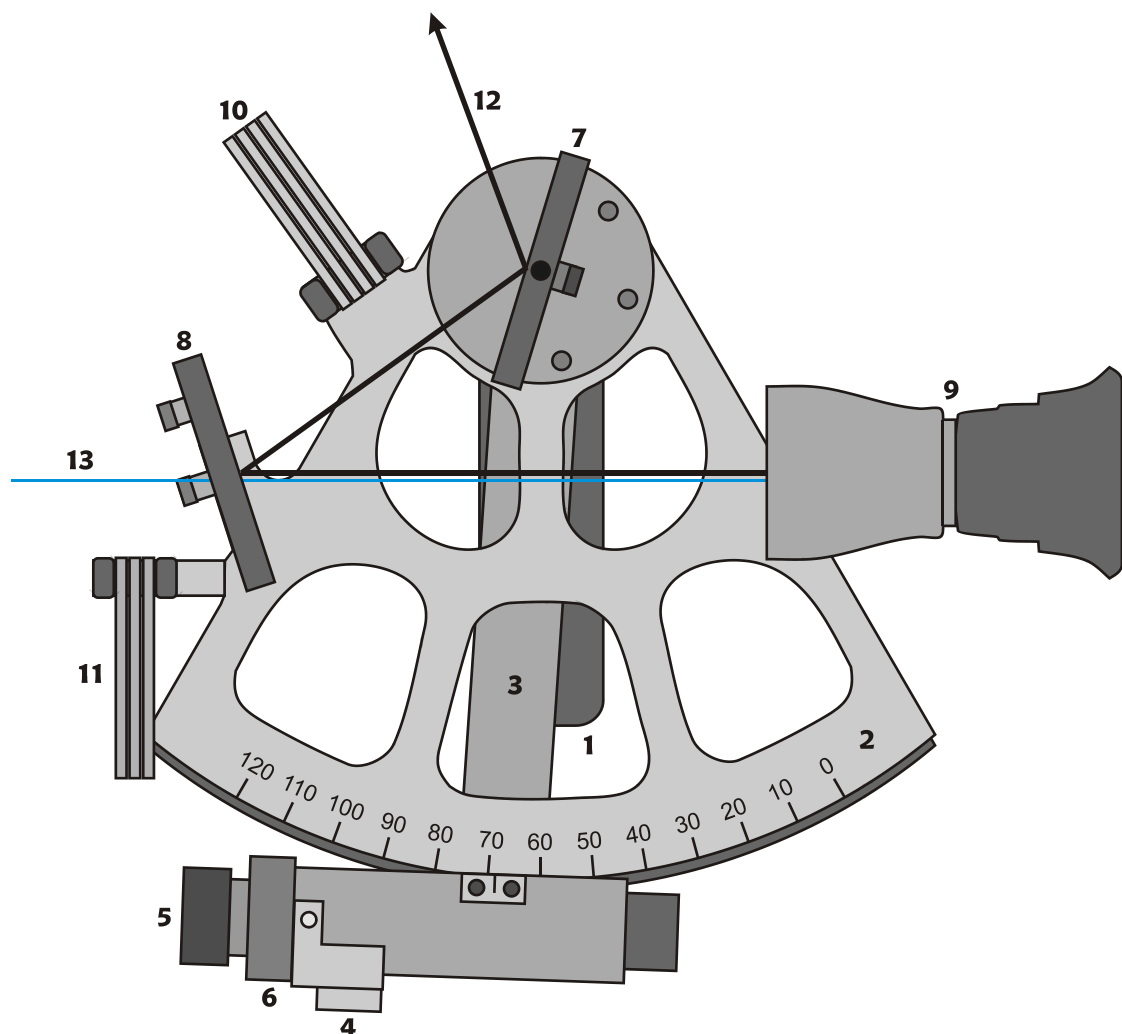
### Lidt historie

Et skibs position på havet kan bestemmes ved brug af en sekstant, et nøjagtigt ur, en nautisk almanak og et søkort. Det vil føre for vidt her at komme nærmere ind på hvordan, da proceduren faktisk ikke er helt enkel. Sekstantens opgave er at måle et himmellegemes *højde*, dvs. den vinkelbue, som himmellegemets midtpunkt ligger over *kimingen*. Kimingen er den linje, som i rum sø begrænser vor udsigt på jorden – den linje, som vi i daglig omtale kalder horisonten. Sekstanten er med andre ord et vinkelmålingsinstrument. Man kan hævde, at sekstanten er et instrument, som er blevet udviklet til perfektion. Igennem århundreder blev der udviklet mekaniske instrumenter til vinkelmåling på havet. Blandt de første instrumenter i den henseende er *kvadranten* og *astrolabiet*. Siden fulgte instrumenter som *Jacobsstaven* (*Cross-staff*), *Davis-kvadranten* (*Backstaff*) og *oktanten*. Oktanten med dens påmonterede spejle kom til i begyndelsen af 1730'erne og i 1757 foreslog kaptajn *John Campbell* at instrumentmageren John Bird skulle udvide oktanten bue fra 1/8 af en cirkel til en 1/6 af en cirkel. Dengang kunne sekstanter måle med en nøjagtighed på 1 bueminut. De bedste af nutidens sekstanter garanterer en præcision på helt ned til 9" (9 buesekunder), hvilket svarer til 0,0025°, eftersom der går 60 bueminutter på en grad og 60 buesekunder på et bueminut. Hvis man har vinklen med så stor nøjagtighed og man regner med at ens ur er meget nøjagtigt, så vil man i praksis være i stand til at bestemme skibets position indenfor 1 sømils nøjagtighed.

### Opbygning og brug af sekstant

På figur 1 på næste side kan du se et billede af en typisk sekstant med betegnelser for de enkelte bestanddele. Sekstanten har to spejle: For det første er der *Alhidade-spejlet*, der sidder fast på den bevægelige arm kaldet *alhidaden*. Det andet spejl er *horisont-spejlet*, der er ubevægeligt og hvis ene halvdel er et gennemsigtigt vindue. På cirkelbuen, kaldet *limben* er der en gradinddeling, hvor 1 "limbe-grad" svarer til en buevinkel, som i virkeligheden kun er  $\frac{1}{2}$  grad. Nulpunktet for inddelingen er sat så det svarer til, at alhidade-spejlet står parallelt med horisont-spejlet. I opgaven nedenfor skal du gøre rede for, hvorfor denne inddeling er fornuftig, når instrumentet skal benyttes til at bestemme høj-

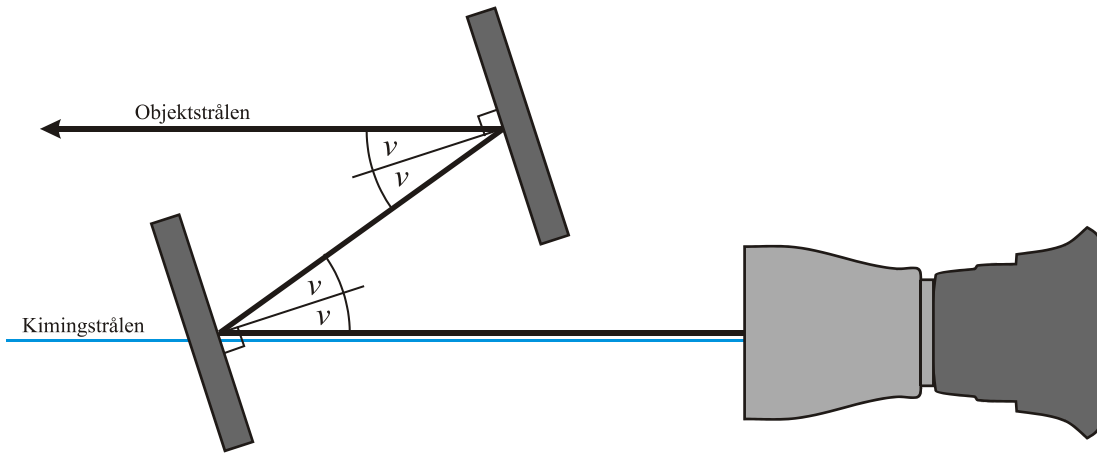
den af et himmellegeme eller objekt. Men hvordan benyttes instrumentet da? Jo, man kigger igennem kikkerten, så kimingen ses igennem den gennemsigtige del af horisontspejlet. Herefter benytter man fingergrebet til at dreje alhidaden hen i en position, som betyder, at objektet kan ses i kikkerten. Det der sker er, at lyset fra objektet – objektstrålen – reflekteres i alhidade-spejlet og siden i den spejlbelagte halvdel af horisontspejlet, hvorfra den rammer ind i kikkerten, så navigatøren kan se kimingsstrålen og objektstrålen samtidigt. Endelig finindstiller man ved at dreje på det riflede hoved, så objektet står i niveau med kimingen. Vinklen mellem objektstrålen og kimingsstrålen kan nu aflæses på limben og korrigeres denne værdi for forskellige forhold, herunder lysets afbøjning i atmosfæren, fås objektets *højde*. Blændglassene bruges til at beskytte øjnene, hvis lyset er for stærkt. De kan skydes foran spejlene.



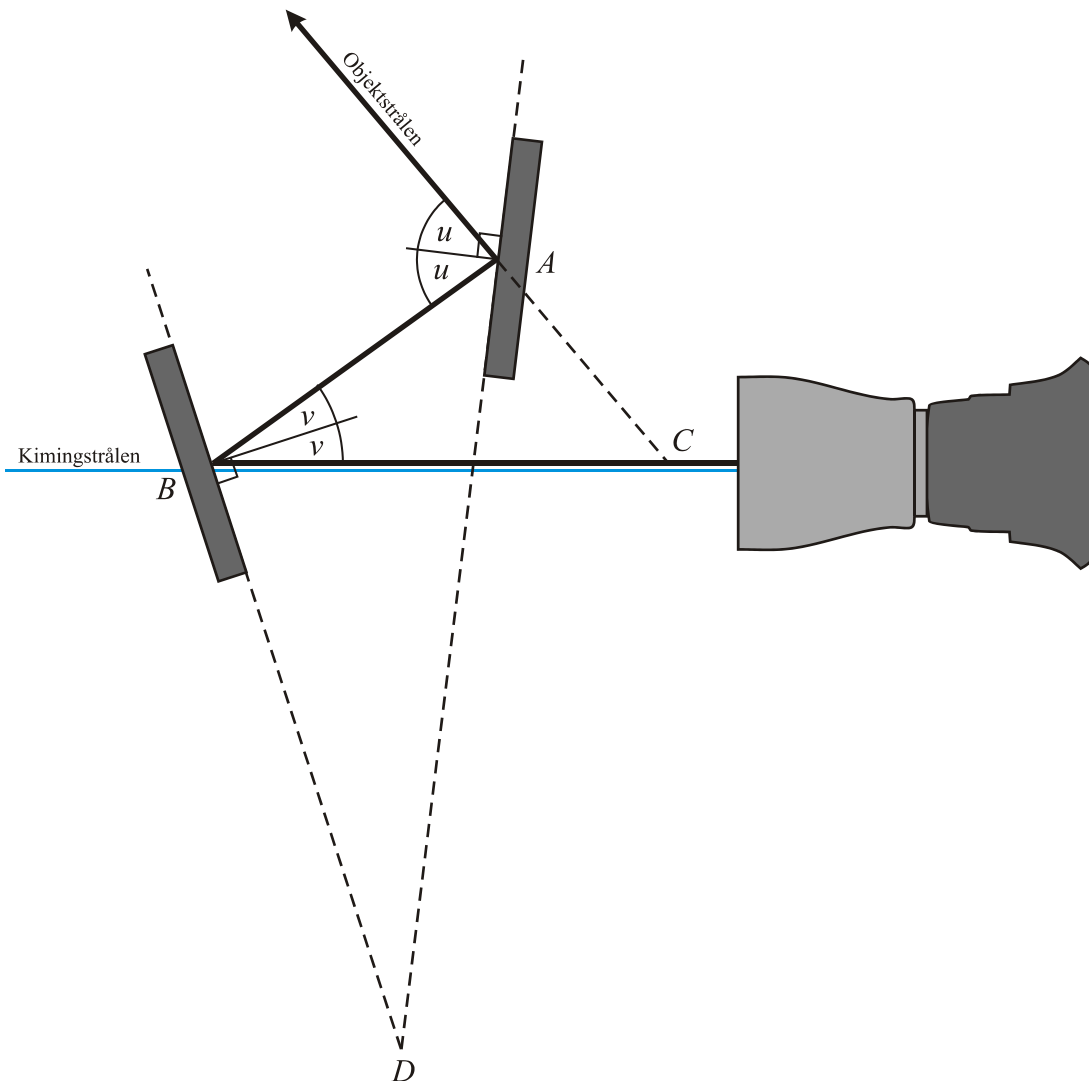
Figur 1

- |              |                 |                  |                   |                    |
|--------------|-----------------|------------------|-------------------|--------------------|
| 1. Håndtag   | 4. Fingregreb   | 7. Alhidadespejl | 10. Blændglas     | 13. Kimmingstrålen |
| 2. Limben    | 5. Riflet hoved | 8. Horisontspejl | 11. Blændglas     |                    |
| 3. Alhidaden | 6. Tromle       | 9. Kikkert       | 12. Objektstrålen |                    |

Figur 2 (Når spejlene står parallelt svarer indstillingen til  $0^\circ$  på limben)



Figur 3



### Opgaver vedrørende sekstantens virkemåde

Betragt figur 2 og 3 på forrige side. Jeg har med vilje undladt at tegne limben ind, da det nemt vil føre til forvirring at medtage denne i sine argumenter. Det er en fordel kun at se på den vinkel, som det bevægelige alhidade-spejl drejes. Eftersom alhidade-spejlet sidder fast på alhidaden vil den vinkel, som alhidade-spejlet drejes nemlig være lig med den vinkel, som overstryges på limben, regnet i ”rigtige grader”. Kig på figur 3: Vinklen mellem objektstrålen og kimingsstrålen er åbenlyst lig med  $\angle ACB$ .

- a) Argumenter for, hvorfor alhidade-spejlet fra figur 2 til figur 3 må være drejet en vinkel, som er lig med  $\angle ADB$ .

Objektstrålens indfaldsvinkel på alhidade-spejlet betegner vi med  $u$  og den reflekterede objektstråles indfaldsvinkel på horisontspejlet betegner vi med  $v$ . Husk, at indfaldsvinklen regnes i forhold til *normalen* til fladen. Normalerne er også indtegnet på figuren og med en lille firkant er det indikeret, at de står vinkelret på spejlene.

- b) Eftervis med en vinkelmåler, at  $\angle ADB = \frac{1}{2} \cdot \angle ACB$  på figur 3.
- c) Du skal i dette spørgsmål bevise, at sammenhængen fra b) gælder uanset hvordan alhidadespejlet står. Bestem først udtryk for vinklerne  $\angle ACB$  og  $\angle ADB$  ved at regne i diverse trekanter på figur 3. Udtrykkene skal indeholde størrelserne  $u$  og  $v$ . Brug udtrykkene til at konkludere, at  $\angle ADB = \frac{1}{2} \cdot \angle ACB$ .
- d) Styk resultaterne ovenfor sammen til konklusionen, at hvis inddelingen på limben er foretages, så en ”limbegrad” er lig med 0,5 rigtige grader, så vil visningen på limben angive vinklen mellem objektstrålen og kimingsstrålen. Efter diverse korrektioner af denne vinkel fås herefter objektets højde.

På billedet bagest i noten kan du se, hvordan en rigtig professionel sekstant ser ud.

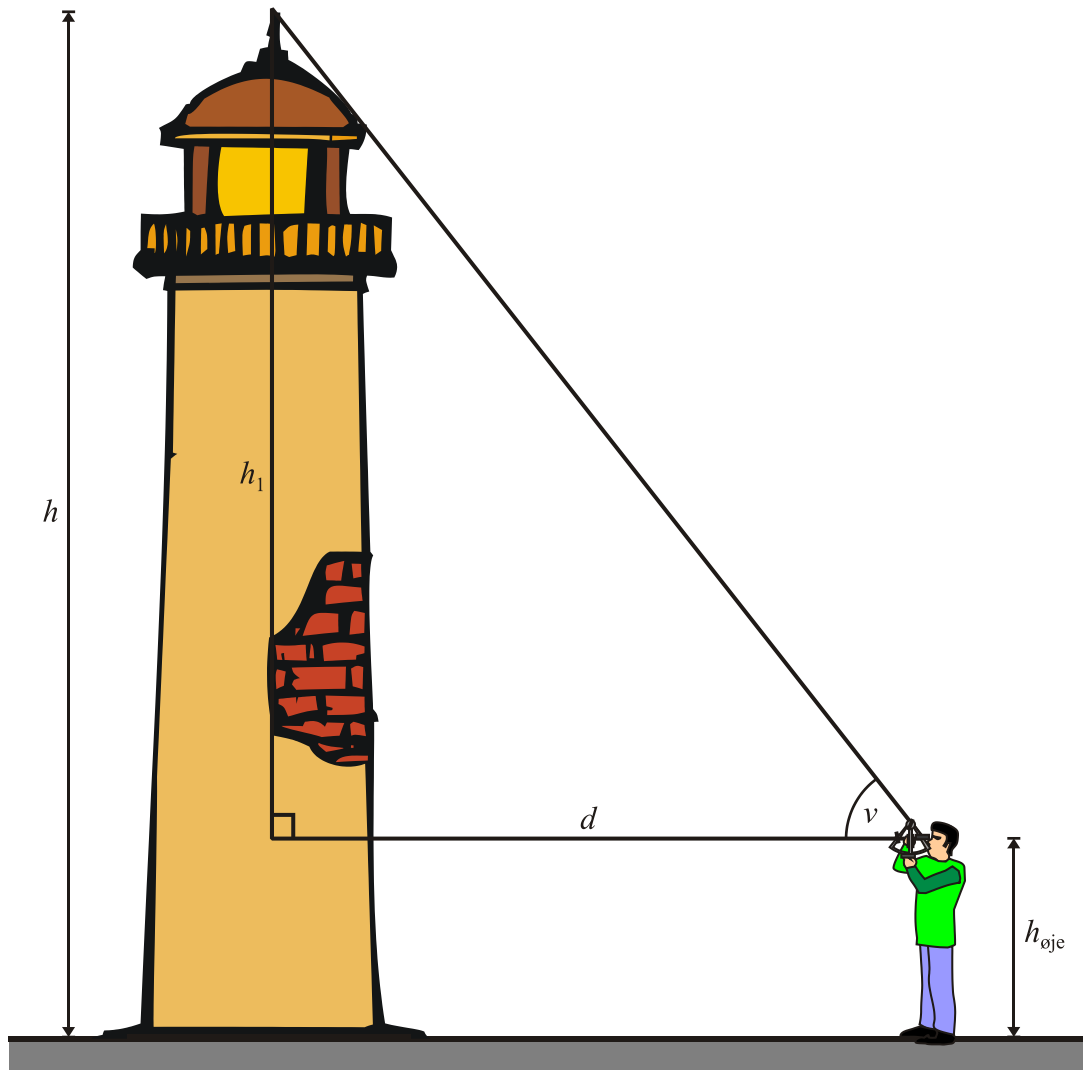
### Opgaver vedrørende beregning af højden af en mast

Hvis du er i besiddelse af en rigtig sekstant eller bare en simpel plastik sekstant som for eksempel en *Mark 3* sekstant fra firmaet *Davis* (vist på figuren på side 6), kan du bruge den til at bestemme højden af en mast regnet i meter. Da man på landjorden ikke kan se en brugbar horisont, er vi nødsaget til at finde *vandret* på en anden måde. En oplagt måde er simpelthen at købe et mini-vaterpas i et byggemarked. Vaterpasset kan så limes eller sættes på sekstanten. Hvis der er tale om *Mark 3* sekstanten – se figuren på side 6 – er det nemt, da den har en vandret bøjle på bagsiden! Til forsøget skal du desuden bruge et langt målebånd, helst på 25 meter eller mere.

Find en passende mast eller høj bygning, som du ønsker at bestemme højden af, målt i meter. Gå nu et passende stykke væk fra masten. Afstanden  $d$  måles med målebåndet. Så sørger du ved hjælp af vaterpasset for, at sekstanten holdes vandret. Drej nu alhidaden indtil du får toppen af masten midt i billedet! Skriv vinklen på limben op.

Mål også din øjenhøjde  $h_{\text{øje}}$ . Ved anvendelse af passende trigonometriske funktioner beregner du dernæst højden af masten. Lad eventuelt flere personer foretage tilsvarende målinger, gerne med forskellige afstande  $d$ . Hvor tæt på hinanden ligger værdierne for mastens højde? Hvor godt tror du man kan regne med resultaterne? Eventuelt kan du lave lidt statistik på det ....

Figure 4



### Praktiske oplysninger

Mark 3 plastik sekstanten fra firmaet *Davis* kan i Danmark købes hos firmaet *Soldata*, som har hjemme på følgende hjemmeside: [www.soldata.dk](http://www.soldata.dk). Sekstanten kan også skaffes fra følgende amerikanske side: [www.starpath.com](http://www.starpath.com). Producentens egen hjemmeside finder du på [www.davisinstruments.com](http://www.davisinstruments.com).

